AMERIQUE DU NORD 19 mai 2022

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.
2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-3\,;\,4]$ une unique solution qui sera notée α.
3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.
4. Donner le tableau de signes de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

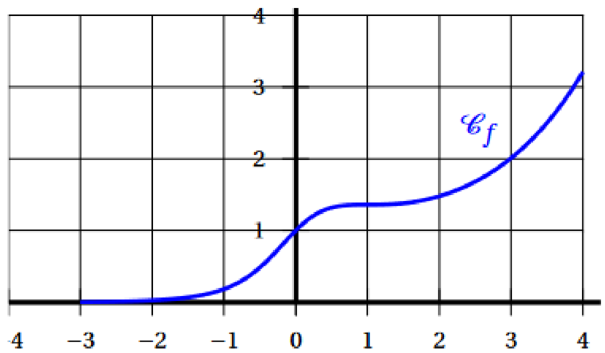
$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1+x^2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

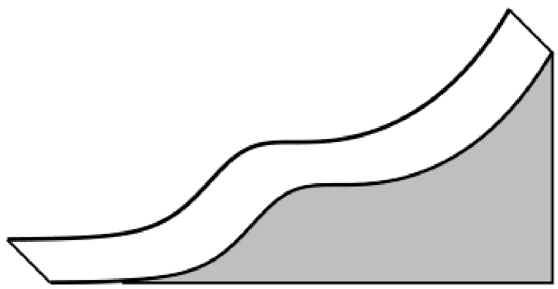
1. **a.** Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

   b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe $\mathscr{C}_f$ comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$



Vue de profil du toboggan

   a. D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations ? Argumenter.

   b. On admet que la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3\,;\,4]$:

$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)\mathrm{e}^x}{\left(1+x^2\right)^3}$$

   où p est la fonction définie dans la partie A.

   En utilisant l'expression précédente de f'', répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations ? ». Justifier.

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$.

2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$ une unique solution qui sera notée α.

3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.

4. Donner le tableau de signes de la fonction p sur l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3~;~4]$ par :

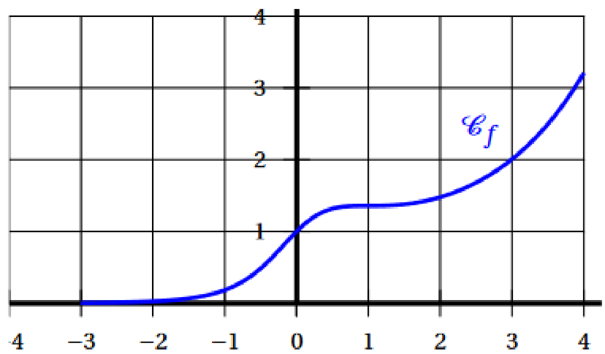
$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1+x^2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

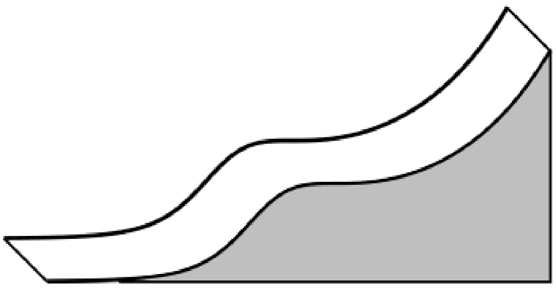
1. **a.** Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3~;~4]$.

b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe $\mathscr{C}_f$ comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$


Vue de profil du toboggan

a. D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations ? Argumenter.

b. On admet que la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3\,;\,4]$:

$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)\mathrm{e}^{x}}{\left(1+x^{2}\right)^{3}}$$

où p est la fonction définie dans la partie A.

En utilisant l'expression précédente de f'', répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations ? ». Justifier.