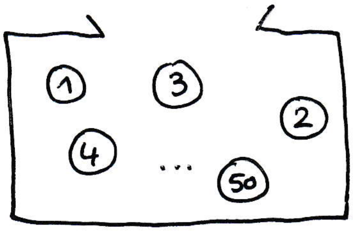
3. Une urne contient cinquante boules numérotées de 1 à 50. On tire successivement trois boules dans cette urne, **sans remise**. On appelle « tirage » la liste non ordonnée des numéros des trois boules tirées.

Quel est le nombre de tirages possibles, **sans tenir compte de l'ordre des numéros**?

a. 50^3 **b.** $1 \times 2 \times 3$ **c.** $50 \times 49 \times 48$ **d.** $\dfrac{50 \times 49 \times 48}{1 \times 2 \times 3}$

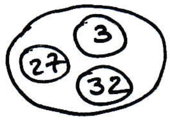
MODÉLISATION :



TIRAGE DE 3 BOULES
SANS REMISE
SANS ORDRE

E = ensemble des 50 boules

Ex :



Chaque tirage peut être modélisé par une partie à 3 éléments de l'ensemble E

Ex : $\{3 ; 27 ; 32\}$

DÉNOMBREMENT :

donc le nombre de tirages possibles est le nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 50

$$= \binom{50}{3} = \frac{50!}{(50-3)!\,3!} = \frac{50 \times 49 \times 48}{1 \times 2 \times 3}$$

Réponse D

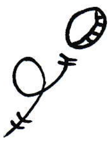
4. On effectue dix lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des dix résultats.

Quel est le nombre de listes ordonnées possibles ?

a. 2×10 **b.** 2^{10}

c. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ **d.** $\dfrac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10}{1 \times 2}$

MODÉLISATION :



Pile
ou
Face

10 LANCERS
(doublons possibles)
AVEC ORDRE

$E = \{P ; F\}$

Chaque dizaine de lancers peut être modélisée par un 10-uplet d'éléments de E

Ex : $(P ; P ; F ; P ; F ; F ; F ; F ; P ; P)$

DÉNOMBREMENT :

donc le nombre de listes ordonnées possibles est

$$\text{Card}(E^{10}) = (\text{Card}\, E)^{10}$$
$$= 2^{10}$$

Réponse B

5. On effectue n lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On considère la liste ordonnée des n résultats.

Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux fois « pile » dans cette liste?

a. $\dfrac{n(n-1)}{2}$ **b.** $\dfrac{n(n-1)}{2} \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

c. $1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}$ **d.** $\left(1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}\right) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

MODELISATION :

On reconnait un schéma de Bernoulli car les épreuves (succès = "pile" ; échec = "face") sont identiques, répétées et indépendantes

Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de "pile" obtenus en m lancers

Donc X suit la loi binomiale de paramètres $\begin{cases} m \\ p = 0{,}5 \end{cases}$ ("pièce équilibrée")

CALCUL $p(X \leqslant 2) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2)$

$p(X=0) = \binom{m}{0} p^0 (1-p)^m = 1 \times 1 \times 0{,}5^m$
$= 1 \times 0{,}5^m$

$p(X=1) = \binom{m}{1} p^1 (1-p)^{m-1} = m \times 0{,}5 \times 0{,}5^{m-1}$
$= m \times 0{,}5^m$

$p(X=2) = \binom{m}{2} p^2 (1-p)^{m-2} = \dfrac{m(m-1)}{2 \times 1} \times 0{,}5^2 \times 0{,}5^{m-2}$
$= \dfrac{m(m-1)}{2} \times 0{,}5^m$

donc $p(X \leqslant 2) = 1 \times 0{,}5^m + m \times 0{,}5^m + \dfrac{m(m-1)}{2} \times 0{,}5^m$
$= \left(1+m+\dfrac{m(m-1)}{2}\right) \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^m$ Réponse D